

# 2010年度 第10回の整数論セミナー

日時：2010年7月2日(金)

講演者：大西 良博(山梨大学)

タイトル：Hurwitz integrality of power series expansion of the sigma function

アブストラクト：

まづ，一般の楕円曲線

$$y^2 + (a_1x + a_3)y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6$$

に付随する Weierstrass の楕円 sigma 関数  $\sigma(u)$  (古典的な仕方と異なり,  $a_1, a_2, a_3$  を生かしたままで定義することができる) の ”平方” を  $u$  の冪級数に展開したとき, 各  $u^n/n!$  の係数が  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_6$  の整数係数多項式になる事 (Hurwitz 整) の証明をお話しします. その際,  $\sigma(u)$  が, 局所径数  $t = x/y$  の非常に緩い Hurwitz 整な級数に展開されることを示します.

1. この表示は canonical local height (有限素点でも無限素点でも) の計算に効果があると思はれます.
2. これらの事から  $\sigma(u)$  自体が  $(a_1/2), a_2, a_3, a_4, a_6$  の整数係数多項式環上の Hurwitz 整な級数に展開される事が示されます.
3. Weierstrass の 1894 年の論文に述べられてゐる漸化式から  $a_1 = a_2 = a_3 = 0$  の場合に  $\sigma(u)$  は  $\mathbb{Z}[1/3, a_4, a_6]$  上の Hurwitz 整な級数に展開される事がわかるのですが, この  $1/3$  を外した事が主結果です.
4. 卑近な応用として, ”universal” な等分多項式のいくつかの係数の具体的な表示が得られるので, それを紹介いたします.
5. 時間があれば, 種数の高い代数曲線の場合での同様な結果についても触れたいと存じます.