

# 早稲田大学整数論セミナーの予定 (2017年度 第7回)

日時：2017年6月2日（金）16:30～18:00

場所：〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1  
早稲田大学西早稲田キャンパス（旧・大久保キャンパス）  
61号館4階413室 (61-413)

講演者：Ade Irma Suriajaya (理化学研究所)

タイトル：ディリクレ  $L$  関数の一階導関数の零点の個数評価

An improved estimate on the number of zeros of the first derivative of Dirichlet  $L$ -functions

アブストラクト：Yildirim 氏が1996年に原始的ディリクレ指標に付随するディリクレ  $L$  関数の導関数の零点の性質を調べた。Yildirim 氏がディリクレ  $L$  関数の導関数の非零領域を示し、その零点を、自明な零点、非自明な零点と”放浪”零点の三つに分類した。それを用いて、Yildirim 氏が非自明な零点と放浪零点の個数を数える関数の評価をした。この講演では、ディリクレ  $L$  関数の一階導関数に対して、新たな非零領域を示し、放浪零点が存在しないことを示し、零点の個数を数える関数の評価を改良する。また、一般化されたリーマン予想を仮定すれば、より良い評価が得られることも紹介する。Speiser 氏は1935年にリーマンゼータ関数の一階導関数が  $0 < \operatorname{Re}(s) < 1/2$  で零点を持たないことがリーマン予想と同値であることを示した。この講演で、Speiser 氏のこの結果に類似する、ディリクレ  $L$  関数の一階導関数の零点の分布と一般化されたリーマン予想との同値条件を紹介する。この研究の一部は赤塚広隆氏との共同研究である。

Yildirim in 1996 investigated many properties of zeros of the derivatives of Dirichlet  $L$ -functions associated with primitive Dirichlet characters. Among, he proved a zero-free region and classified zeros of the derivatives of these Dirichlet  $L$ -functions into trivial, nontrivial, and “vagrant” zeros. With this classification, he counted

not only nontrivial, but also vagrant zeros of the derivatives of these  $L$ -functions. In this talk, we show the nonexistence of these vagrant zeros for the first derivative of these  $L$ -functions by showing an improved zero-free region, and using this fact, we improve the estimate on the number of zeros. We also introduce a further improvement obtained under the assumption of the truth of the generalized Riemann hypothesis. Speiser in 1935 showed that the Riemann hypothesis is equivalent to the first derivative of the Riemann zeta function having no zeros on the left-half of the critical strip. In this talk, we also introduce an analogue of this equivalence condition for Dirichlet  $L$ -functions when the associated modulo is not small. Namely, we show an equivalence condition for the generalized Riemann hypothesis, stated in terms of the distribution of zeros of the first derivative of Dirichlet  $L$ -functions associated with primitive Dirichlet characters with not so small modulo. A part of this research is a joint work with Prof. Hirotaka Akatsuka.