早稲田大学整数論セミナーの予定 (2019年度 第21回)

日時： 2019年10月25日（金）16:30〜18:00

場所： 〒169-8555　東京都新宿区大久保3-4-1
早稲田大学西早稲田キャンパス（旧・大久保キャンパス）
61号館4階413室 (61-413)

講演者： 杉山 健一 (立教大学)

タイトル： 離散力学系のゼータ関数

アブストラクト： ゼータ関数は、素数の集合やグラフの閉路、あるいは有限体上定義された代数多様体の有理点の集合など様々な対象について定義されるが、これらのゼータ関数は共通の性質を持つことが多い。この講演では、有限体上定義された代数曲線のゼータ関数とグラフについて定義されるゼータ関数を離散力学系の視点からとらえ、それらに共通する性質について考察する。講演で紹介する結果は以下のとおりである。

N を $N \equiv 1 \pmod{12}$ を満たす素数とする。

(1) p を N と異なる素数としたとき、モデュラー曲線 $X_0(N)$ の p における還元 $X_0(N)_{/\mathbb{F}_p}$ の Hasse-Weil 合同ゼータ関数 $W(X_0(N)_{/\mathbb{F}_p}, t)$ と、Brandt 行列 $B_p(N)$ を隣接行列にもつ連結グラフ $G(N)_p$ のゼータ関数 $Z(G(N)_p, t)$ のあいだには「相互律」が成り立つことが分かる。

(2) 一般に、グラフに対してラプラシアンが定義され、その固有値や固有関数はグラフの幾何学的な性質を反映することがよく知られている（これはリーマン多様体で周知の事実の離散版である）。上記の「相互律」を通じて、$X_0(N)_{/\mathbb{F}_p}$ の $t=1$ における正規化された特殊値が $G(N)_p$ に含まれる全域木の個数で表されることが示される。

(3) $G(N)_p$ のラプラシアンの固有関数から、古典的な「Hecke の基底問題」の解答が得ることが出来る。

これらの事実について、その背景を明らかにしながら解説する。