

早稲田大学整数論セミナーの予定 (2024年度 第2回)

日時：2024年5月17日（金） 17:00～18:30

場所：〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1
早稲田大学西早稲田キャンパス
59号館4階420室(59-420)
対面とZoomミーティングによるハイブリッド開催

講演者：峰正博氏（早稲田大学）

タイトル： $\log(n + \alpha)$ の族の線型独立性と smooth number の分布

アブストラクト：正の数 α に対して、実数 $\log(n + \alpha)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ が有理数体上で線型独立であるかどうかを考える。もしこれらの実数が有理数体上で線型独立であるなら、Kronecker の定理を利用して Hurwitz ゼータ関数の性質を研究できるため、この問題は古くから考察されてきた。実際に α が超越数であればこの線型独立性は容易に確認でき、Davenport と Heilbronn は 1936 年に超越数をパラメーターに持つ Hurwitz ゼータ関数が絶対収束領域で零点を無限個持つことを証明した。また α が代数的無理数である場合にも、Cassels は 1961 年に $\log(n + \alpha)$ たちの少なくとも 54% が線型独立であることを示し、代数的無理数をパラメーターに持つ Hurwitz ゼータ関数が絶対収束領域で零点を無限個持つことを導いた。ただし現在も、すべての $\log(n + \alpha)$ たちが線型独立となる代数的数 α が存在すると期待する者もいれば、反対に代数的数 α に対して $\log(n + \alpha)$ たちは常に線型従属であると予想する者もいるなど、代数的数の場合の状況は混迷をきたしている。

本講演では、smooth number（大きい素因子を持たない数）の分布理論の観点から Cassels の手法を整理し直すことで、 $\log(n + \alpha)$ たちの線型独立性に関する問題を再考する。また逆に Cassels の手法を応用して、多項式値における smooth number の個数の上界を与える方法についても紹介する。