

2021 早稲田整数論研究集会アブストラクト

日時： 2021 年 3 月 22 日 (月) ~ 23 日 (火)

会場： 全講演 Zoom による開催

3 月 22 日 (月・午前)

9:30–10:30 **Speaker:** 佐々木 荘介 / (早稲田大学)

Title: 代数体の中心拡大と類数の可除性判定

Abstract: 代数体のアーベル拡大の中心拡大は，基礎体上アーベル拡大とは限らないが扱いやすい性質を持つ．中心拡大を用いて ℓ 冪次のアーベル代数体の類数が ℓ で割り切れるかどうかを調べる方法が Fröhlich (1983) によりまとめられた．本講演ではこれを解説し，さらに少し一般化できることも述べる．

11:00–12:00 **Speaker:** 吉崎 彪雅 / (東京理科大学)

Title: A new continued fraction expansion for Weber's class number problem

Abstract: Weber の類数問題とは，有理数体 \mathbb{Q} 上の \mathbb{Z}_2 -拡大の中間体の類数を問う問題である． $n \geq 0$ に対して， \mathbb{Q} 上拡大次数 2^n の中間体は唯一つであり，それを \mathbb{B}_n とすると，現状 $n = 6$ まで， \mathbb{B}_n の類数が 1 となることが確認されている．講演者は，Weber 問題がある Pell 方程式とよく似た形の方程式の求解に帰着できるという点に着目し，Pell 方程式の解法として古くから知られている，連分数展開による解法を試みた．その結果，新たな連分数展開が得られ，Pell 方程式の解法の類似から，問題の方程式に対する明示的な解が得られた．本講演では，Weber 問題のある方程式の求解に帰着した後，新たな連分数展開，明示解及びその性質について紹介したい．また，明示解を観察することによって， $n = 2, 3$ に対して， \mathbb{B}_n の類数が 1 となることの別証明ができることも紹介したい．本研究の一部は，加塩朋和氏との共同研究である．

- 13:30–14:30 **Speaker:** 木村 昭太郎 / (早稲田大学)
Title: Rankin-Cohen bracket を用いた保型微分方程式の構成について
Abstract: 保型微分方程式とは、解空間がある群に対する保型性を満たす微分方程式である。金子、Zagier 氏らにより楕円モジュラー形式に対する保型微分方程式が初めて導入された。保型形式解が超幾何級数を用いて記述できたり、頂点作用素代数への応用があるなど、整数論に留まらない興味深い対象である。保型微分方程式を他の保型形式に対しても構成するという問題は自然に考えられる。喜友名氏は 2 変数の正則ヤコビ形式に対して構成した。また、講演者は非正則な保型形式である 2 変数の歪正則ヤコビ形式に対して構成した。本講演では、これらの保型微分方程式が重さ 2 のアイゼンシュタイン級数にまで拡張した Rankin-Cohen bracket を用いて統一的に構成できることを示し、その応用も紹介する。
- 15:00–16:00 **Speaker:** 川節 和哉 / (熊本大学)
Title: 頂点作用素代数とモジュラー微分方程式
Abstract: 頂点作用素代数は、互いに局所可換な量子場のなす代数であり、その上の表現は字数付けられた無限次元表現である。ある種の有限性条件を満たす頂点作用素代数の表現の指標 (斉次空間の次元の母関数) は、ウェイト 0 のモジュラー微分方程式を満たす。ここで、モジュラー微分方程式とは、モジュラー形式を係数に持つ線形常微分方程式であって、いくつかの条件を満たすものである。本講演では、頂点作用素代数とモジュラー微分方程式の理論の最近の発展について概説する。
- 16:30–17:30 **Speaker:** Henrik Bachmann / (名古屋大学)
Title: Formal quasi-modular forms
Abstract: The space of quasi-modular forms is the smallest algebra which contains the ring of modular forms, and which is closed under taking derivatives. It contains all polynomials in the classical Eisenstein series and their derivatives. In this talk, we will consider a space of formal symbols, whose generating series satisfy certain functional equations. The space of these formal symbols will be a differential \mathbb{Q} -algebra. We will present some explicit relations and differential equations among these formal symbols which are consequences of the above-mentioned functional equations. The connection to quasi-modular forms is given by the fact, that the generating series of Eisenstein series (and their derivatives) are examples of generating series which satisfy exactly these functional equations. We will use this fact to give purely combinatorial proofs of classical identities among quasi-modular such as the Ramanujan differential equations. Besides the realization of this space of formal symbols by quasi-modular forms, we will also see that multiple zeta values give another realization, which then also gives some combinatorial proofs of classical identities among these numbers. (This talk is based on joint works with A. Burmester, N. Matthes and U. Kühn)

10:00–11:00 **Speaker:** 河野 孝彦 / (立教大学)

Title: ガウス和の乗法的関係式について

Abstract: 自然数 m と $p \equiv 1 \pmod{m}$ を満たす素数 p に対し, \mathbb{F}_p 上の位数 m のガウス和を考える. ガウス和のいくつかの積が 1 の冪根と p の冪の積で書けるとき, その式をガウス和の乗法的関係式と呼ぶ. 乗法的関係式に表れる 1 の冪根は代数的ガンマ多項式と呼ばれるガンマ関数の特殊値と関連しており, 円分体上のあるクンマー拡大での素イデアルの分解を記述している. 本講演では $m = 4l$ ($l \equiv 3 \pmod{4}$ は素数) のときのガウス和の乗法的関係式と関係式に表れる 1 の冪根についての結果を紹介する. また, 時間があれば 2 元 2 次形式との関係についても触れたい.

11:30–12:30 **Speaker:** 古庄 英和 / (名古屋大学)

Title: ダブルシャッフル群の Betti 対応物 (Benjamin Enriquez 氏 (University of Strasbourg) との共同研究)

Abstract: 多重ゼータ値のダブルシャッフル関係式に関する Racinet の理論ではその”Betti 側”の研究が欠如していた. Enriquez 氏との共同研究においてこの Betti 側の側面を明らかにしたので報告する。

14:00–15:00 **Speaker:** 千田 雅隆 / (東京電機大学)

Title: 楕円曲線に対する p 進 Beilinson 予想と p 進超幾何関数

Abstract: 近年, 朝倉政典氏は新しいタイプの p 進超幾何関数を導入し, 有理数体上の楕円曲線に対する p 進 L 関数と p 進超幾何関数の特殊値に関する予想を提出した. 本講演では朝倉氏の予想と Perrin-Riou によって定式化された p 進 Beilinson 予想の関係を説明し, 朝倉氏の予想が成立する楕円曲線の例について紹介する. (北海道大学の朝倉政典氏, Lyon ENS の François Brunault 氏との共同研究)

15:30–16:30 **Speaker:** 西来路 文朗 / (広島国際大学)

Title: レムニスケートコサイン関数のフルヴィッツ係数のクンマー合同式 (大西良博氏 (名城大学) との共同研究)

Abstract: レムニスケートコサイン関数のフルヴィッツ係数の間に成り立つあるクンマー合同式を得たので, 紹介したい. ベルヌーイ数やフルヴィッツ数のクンマー合同式, 大西氏と安田氏による円分型超楕円曲線などから得られるクンマー合同式の類似にあたる. 今回の合同式は, ガウス和の指数関数の部分をレムニスケートコサイン関数におきかえた, 楕円ガウス和が 0 になる場合, つまり, 対応する楕円曲線の L 関数が 1 で消えている場合, に成り立つ. そして, この場合においてのみ成り立つ. 本研究は, 大西良博氏 (名城大) との共同研究である.

連絡先 : 169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1

早稲田大学 (理工学部/高等学院)

橋本 喜一郎・尾崎 学・成田宏秋・青木 琢哉/坂田 裕